

記述問題 (数学)

以下の問1から問4に答えよ。

問1 数列 $\{a_n\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) の初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = 4n - 3a_n$ で与えられるとき、以下の問いに答えよ。

- (1) a_1 を求めよ。
- (2) a_{n+1} を a_n の式で表せ。
- (3) a_n を求めよ。

問2 10個の数 $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ から異なる数を3個選び、大きい順に左から並べて3桁の整数を作る。以下の問いに答えよ。

- (1) 整数が全部で何個できるか求めよ。
- (2) 偶数が全部で何個できるか求めよ。
- (3) 25の倍数となる整数が全部で何個できるか求めよ。

問3 a を0でない実数とする。放物線 $y = x^2$ 上の点 $P(a, a^2)$ における接線を l_1 とし、点 P を通り l_1 と垂直に交わる直線を l_2 とする。また、直線 l_2 に関して点 $Q(a, 2a^2)$ と対称である点を R とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 直線 l_2 の方程式を求めよ。
- (2) 点 R の座標を求めよ。
- (3) 2点 P, R を通る直線を l_3 とする。 l_3 と y 軸の交点の座標を求めよ。

問4 関数 $f(x) = |x^2 - x - 12|$ について、以下の問いに答えよ。

- (1) $f(x) \leq 8$ となる x の値の範囲を求めよ。
- (2) a を実数とする。 $f(x) \leq a$ を満たす整数 x がちょうど6個存在するような a の値の範囲を求めよ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = 4x - 6$ とで囲まれた部分の面積を求めよ。