

## 記述問題（物理）

以下の問1～問3に答えよ。特に指示がない限り、物理量の単位は国際単位系とする。

問1 三角関数の正弦・余弦に関して、次の加法定理が成り立つ。

$$\sin(\theta_1 + \theta_2) = \cos \theta_1 \sin \theta_2 + \sin \theta_1 \cos \theta_2, \quad \cos(\theta_1 + \theta_2) = \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2$$

これを使って、次の問いに答えよ。

1)  $u = \tan \frac{\theta}{2}$  とおくと、 $\cos^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1}{1+u^2}$ ,  $\cos \theta = \frac{1-u^2}{1+u^2}$ ,  $\sin \theta = \frac{2u}{1+u^2}$  と表せることを示せ。

2)  $\tan \theta = a$  ( $0 < \theta < 90^\circ$ ) のとき、 $\tan \frac{\theta}{2}$  を  $a$  で表せ。

3)  $u = \tan \frac{\theta}{2}$  とおくと、 $A = 2 + \tan \theta - \frac{2}{\cos \theta}$  を  $u$  で表せ。

4) 問3)において、 $A$ の符号が正になるときの $u$ の範囲と、 $A$ の符号が負になるときの $u$ の範囲を求めよ。ただし、 $0 < \theta < 90^\circ$  とする。

問2 質量  $m$  の小球が一定の加速度の大きさ  $a$  で運動する場合を考える。加速度の方向を  $x$  軸の正の方向とする。時刻  $t = 0$  で小球は  $x = 0$  の位置にあり、速さ  $v$  は  $0$  であったとする。時刻  $t$  での小球の速さの大きさ  $v$  と小球の位置  $x$  を  $t$  で表せ。

問3 図1のように、地上の点  $O$  に対して鉛直上方の一定の高さ  $h$  の点  $P$  に質量  $m$  の小球が静止している。この小球が、時刻  $t=0$  のとき初速度  $0$  で鉛直下方へ落下を始める。小球は、点  $O$  まで落下し、点  $O$  で速さの大きさを変えずに水平方向へ運動の方向を変え、水平面上を点  $Q$  に向かう。点  $Q$  は角  $\angle OPQ = \theta$  ( $0 < \theta < 90^\circ$ ) の点である。小球が運動する際に、まさは考えないものとする。次の問いに答えよ。重力加速度の大きさを  $g$  とする。答えは  $\{ \}$  内の必要な変数を使って表せ。

1) 小球が点  $O$  に達したときの時刻  $t_0$  を求めよ。  $\{ m, g, h \}$

2) 点  $Q$  に達したときの小球の速さはいくらか。  $\{ m, g, h, \theta \}$

3) 点  $Q$  に達したときの時刻  $t_1$  を求めよ。  $\{ m, g, h, \theta \}$

次に、点  $P$  から点  $Q$  へ向かって真っ直ぐな斜面があり、時刻  $t=0$  のときに点  $P$  にある小球が斜面に沿って点  $Q$  へ向かって滑り落ちる場合を考える。ただし、初速度  $0$  とする。次の問いに答えよ。

- 4) 点Pから点Q方向にx軸をとる。小球のx軸方向の加速度の大きさを $a$ として、x軸方向の運動方程式を表せ。その運動方程式から $a$ を求めよ。 $\{m, g, h, \theta\}$
- 5) 点Qに達したときの小球の速さを求めよ。 $\{m, g, h, \theta\}$
- 6) 点Qに達したときの時刻 $t_2$ を求めよ。 $\{m, g, h, \theta\}$
- 7) 問3)で求めた時刻 $t_1$ と問6)で求めた時刻 $t_2$ を比較する。時間差 $T = t_1 - t_2$ を求めよ。 $\{m, g, h, \theta\}$
- 8)  $m=0.1\text{kg}$ ,  $h=5\text{m}$ のとき, $T = t_1 - t_2$ を, $\theta=30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ の場合に有効数字2桁で計算せよ。 $g=10\text{m/s}^2$ ,  $\sqrt{2}=1.41$ ,  $\sqrt{3}=1.73$ として良い。
- 9) 時間差 $T = t_1 - t_2$ が0(ゼロ)になるときの $\theta$ を求めよ。また、時間差が $T>0$ となるときの $\theta$ の範囲と $T<0$ となるときの $\theta$ の範囲を求めよ。必要であれば次の値を使って良い。  
 $\tan 16.7^\circ = 0.30$ ,  $\tan 21.8^\circ = 0.40$ ,  $\tan 26.6^\circ = 0.50$ ,  $\tan 45.0^\circ = 1.0$ 。
- 10) 図のように、点Oから高さ $d$ の位置にある点をそれぞれ点R, 点Sとする。点Pから出発する2つの経路において、小球がそれぞれ点R, 点Sに達したときの小球の速さを求めよ。 $\{m, g, h, d, \theta\}$
- 11)  $\theta$ の値によって2つの経路の時間差 $T = t_1 - t_2$ の符号が変わる理由について物理法則を用いて説明せよ。

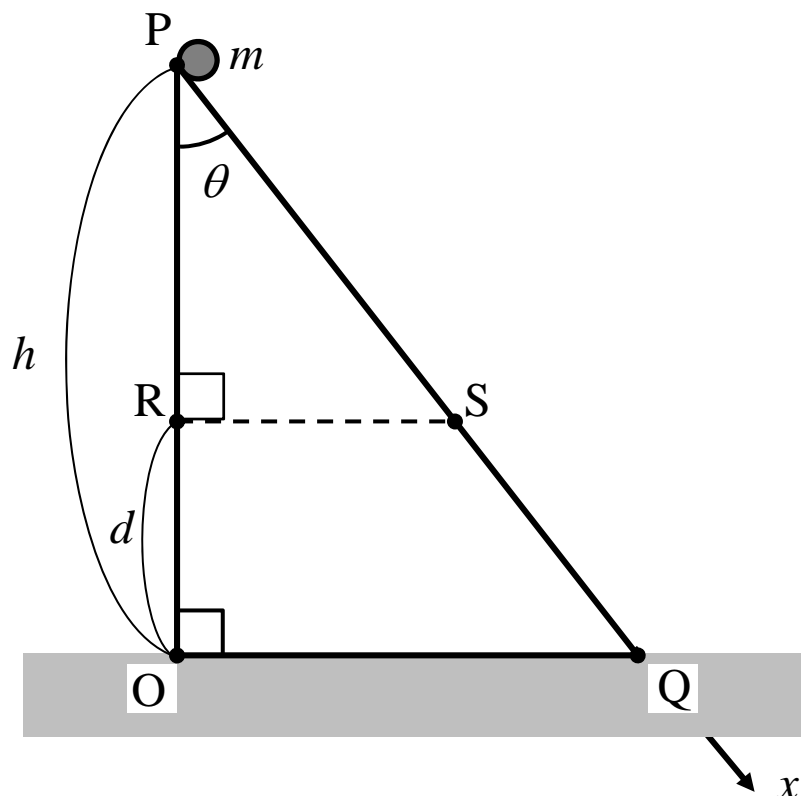


図 1