

記述問題（物理）

以下の問1～問3に答えよ。特に指示がない限り、物理量の単位は国際単位系とする。

問1 三角関数の正弦・余弦に関して、次の加法定理が成り立つ。

$$\sin(\theta_1 + \theta_2) = \cos \theta_1 \sin \theta_2 + \sin \theta_1 \cos \theta_2, \quad \cos(\theta_1 + \theta_2) = \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2$$

これを使って、次の問いに答えよ。

1) $u = \tan \frac{\theta}{2}$ とおくとき、 $\cos^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1}{1+u^2}$, $\cos \theta = \frac{1-u^2}{1+u^2}$, $\sin \theta = \frac{2u}{1+u^2}$ と表せることを示せ。

2) $\tan \theta = a$ ($0 < \theta < 90^\circ$) のとき、 $\tan \frac{\theta}{2}$ を a で表せ。

3) $u = \tan \frac{\theta}{2}$ とおくとき、 $A = 2 + \tan \theta - \frac{2}{\cos \theta}$ を u で表せ。

4) 問3)において、 A の符号が正になるときの u の範囲と、 A の符号が負になるときの u の範囲を求めよ。ただし、 $0 < \theta < 90^\circ$ とする。

問2 質量 m の小球が一定の加速度の大きさ a で運動する場合を考える。加速度の方向を x 軸の正の方向とする。時刻 $t = 0$ で小球は $x = 0$ の位置にあり、速さ v は 0 であったとする。時刻 t での小球の速さの大きさ v と小球の位置 x を t で表せ。

問3 図1のように、地上の点 O に対して鉛直上方の一定の高さ h の点 P に質量 m の小球が静止している。この小球が、時刻 $t=0$ のとき初速度 0 で鉛直下方へ落下を始める。小球は、点 O まで落下し、点 O で速さの大きさを変えずに水平方向へ運動の方向を変え、水平面上を点 Q に向かう。点 Q は角 $\angle OPQ = \theta$ ($0 < \theta < 90^\circ$) の点である。小球が運動する際に、まさは考えないものとする。次の問いに答えよ。重力加速度の大きさを g とする。答えは $\{ \}$ 内の必要な変数を使って表せ。

1) 小球が点 O に達したときの時刻 t_0 を求めよ。 $\{m, g, h\}$

2) 点 Q に達したときの小球の速さはいくらか。 $\{m, g, h, \theta\}$

3) 点 Q に達したときの時刻 t_1 を求めよ。 $\{m, g, h, \theta\}$

次に、点 P から点 Q へ向かって真っ直ぐな斜面があり、時刻 $t=0$ のときに点 P にある小球が斜面に沿って点 Q へ向かって滑り落ちる場合を考える。ただし、初速度 0 とする。次の問いに答えよ。

- 4) 点Pから点Q方向にx軸をとる。小球のx軸方向の加速度の大きさを a として、x軸方向の運動方程式を表せ。その運動方程式から a を求めよ。 $\{m, g, h, \theta\}$
- 5) 点Qに達したときの小球の速さを求めよ。 $\{m, g, h, \theta\}$
- 6) 点Qに達したときの時刻 t_2 を求めよ。 $\{m, g, h, \theta\}$
- 7) 問3)で求めた時刻 t_1 と問6)で求めた時刻 t_2 を比較する。時間差 $T = t_1 - t_2$ を求めよ。 $\{m, g, h, \theta\}$
- 8) $m=0.1\text{kg}$, $h=5\text{m}$ のとき, $T = t_1 - t_2$ を, $\theta=30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ の場合に有効数字2桁で計算せよ。 $g=10\text{m/s}^2$, $\sqrt{2}=1.41$, $\sqrt{3}=1.73$ として良い。
- 9) 時間差 $T = t_1 - t_2$ が0(ゼロ)になるときの θ を求めよ。また、時間差が $T>0$ となるときの θ の範囲と $T<0$ となるときの θ の範囲を求めよ。必要であれば次の値を使って良い。 $\tan 16.7^\circ = 0.30$, $\tan 21.8^\circ = 0.40$, $\tan 26.6^\circ = 0.50$, $\tan 45.0^\circ = 1.0$ 。
- 10) 図のように、点Oから高さ d の位置にある点をそれぞれ点R, 点Sとする。点Pから出発する2つの経路において、小球がそれぞれ点R, 点Sに達したときの小球の速さを求めよ。 $\{m, g, h, d, \theta\}$
- 11) θ の値によって2つの経路の時間差 $T = t_1 - t_2$ の符号が変わる理由について物理法則を用いて説明せよ。

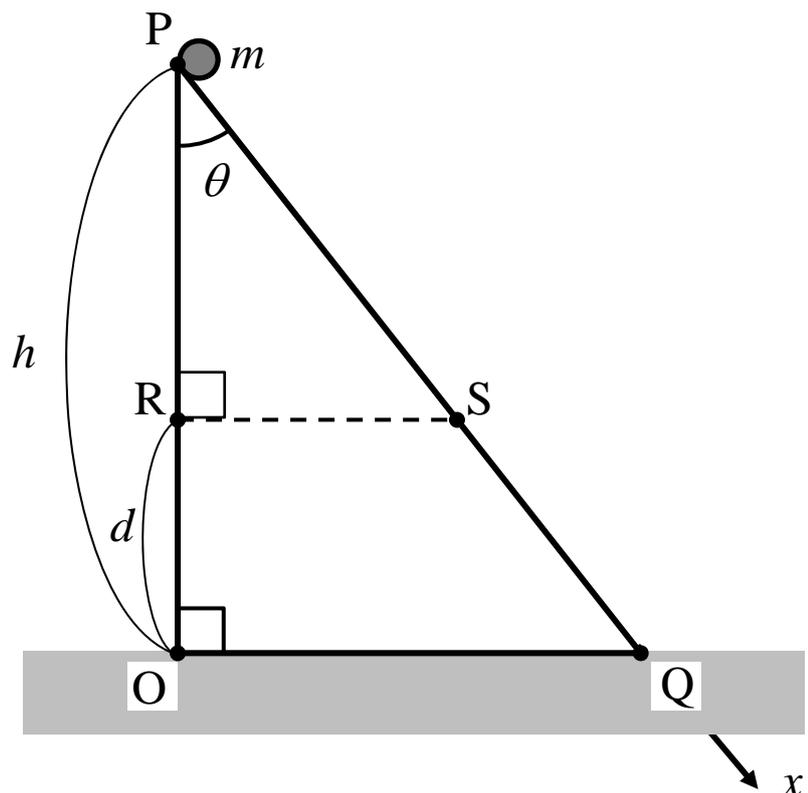


図 1